

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
25.05.2023

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б.1. О.30 Математическая статистика**

1. Код и наименование направления подготовки: 01.03.01 Математика
2. Профиль подготовки: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
3. Квалификация выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей
6. Составители программы: Ткачева Светлана Анатольевна, канд. физ.-мат. наук, доцент
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета  
Протокол № 0500-06 от 25.05.23
8. Учебный год: 2026/2027 Семестры 8

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели учебной дисциплины: - овладение основами методологии статистического исследования; - овладение формально-аналитическим аппаратом процессов статистического исследования.

Задачи изучения дисциплины: - обучение студентов принципам и методам организации сбора первичных статистических данных, их обработки и анализа полученных результатов;

- обучение студентов использованию обобщающих статистических показателей: абсолютных статистических величин, средних, показателей вариации, динамики, взаимосвязи;

- обучение студентов практическому применению полученных теоретических данных по дисциплине с использованием персональных компьютеров и соответствующих программных средств.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** блок (Б1), базовая часть. Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Теория вероятностей», «Случайные процессы», «Математический анализ», «Алгебра», «Функциональный анализ», «Универсальные математические пакеты».

Студент должен свободно владеть элементами теории вероятностей и случайных процессов, математического анализа, теорией рядов, элементами линейной алгебры, знаниями о возможностях современных универсальных математических пакетов для решения типовых статистических задач

Знание основ статистического анализа и методов обработки статистических данных являются базовыми при изучении математических моделей различных механических, физических, биологических, социальных процессов. Кроме того, математическая статистика является отдельным современным динамически развивающимся разделом математической науки.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	Знать: основные способы критического анализа и синтеза информации; сущность философского анализа явлений, базовые положения системного подхода, сущность проблемной ситуации в ее соотношении с понятиями «проблема», «задача», «противоречия», основы управления разрешением проблемных ситуаций; Уметь: применять основные способы критического анализа информации; применять системный подход для решения поставленных задач, выявлять проблемные ситуации, определять пути и средства их разрешения; Владеть: основными способами критического анализа информации; навыками критического анализа проблемной ситуации как системы, выявления ее составляющих и связей между ними, выбора путей и средств ее разрешения

		УК-1.2	Используя логико-методологический инструментарий, критически оценивает надежность источников информации, современных концепций философского и социального характера в своей предметной области	<p>Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; основное содержание философских понятий и категорий, этапы развития философии и ее разделы, основные классические и современные философские направления и концепции, базовые логические и научные методы (теоретические и эмпирические) исследования и философского осмысления мира, правила оценки надежности источников информации;</p> <p>Уметь: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, исходя из наличных ресурсов и ограничений; анализировать классические и современные философские направления и концепции с опорой на понятийно-категориальный аппарат и логико-методологический инструментарий философии, критически оценивать надежность источников информации, использовать противоречивую информацию, содержащуюся в разных философских концепциях при решении проблемных ситуаций;</p> <p>Владеть навыками: критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; навыками использования логико-методологического инструментария в процессе философского осмысления мира, критического анализа и оценки надежности источников информации, в том числе философских концепций, работы с противоречивой информацией из разных источников, определения возможностей применения положений классических и современных философских направлений и концепций для решения проблемных ситуаций</p>
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	<p>Знать: базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук</p> <p>Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук</p> <p>Владеть навыками математического и статистического моделирования при построении моделей физических процессов и явлений и использовать их в профессиональной деятельности</p>
		ОПК-1.2	Оценивает и	Знать: методы решения задач в области

	в профессиональной деятельности		формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	математических и (или) естественных наук. Уметь оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы математики. Владеть: способностью оценивать и формулировать актуальные задачи профессиональной деятельности, принимать правильное решение на основе теоретических знаний
		ОПК-1.3.	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: методы решения задач профессиональной деятельности. Уметь: анализировать и применять навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. Владеть навыками решения задач профессиональной деятельности

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 3/108.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			8 семестр		
Контактная работа		52	52		
в том числе:	лекции	26	26		
	практические	-	-		
	лабораторные	26	26		
	курсовая работа	-	-		
	контрольные работы	1	1		
Самостоятельная работа		20	20		
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)		36	36		
Итого:		108	108		

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения	Статистическая модель. Вариационный, статистический ряды. Примеры. Полигон. Гистограмма.	Электронный университет, страница курса: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Эмпирическая функция. Сходимость	

		эмпирической функции распределения к теоретической. Теорема Гливенко-Кантелли.	
1.2	Выборочные характеристики	Начальные выборочные моменты. Центральные выборочные моменты. Примеры. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов. Выборочный коэффициент асимметрии и эксцесс.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
1.3	Точечное оценивание неизвестных параметров.	Точечные оценки и их свойства, условие состоятельности, несмещенность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации Фишера.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Неравенство Рао-Крамера, эффективные оценки в регулярном случае. Понятие достаточной статистики. Критерий факторизации. Улучшение оценки по достаточной статистике.	
		Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.	
1.4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	Хи-квадрат распределение, теорема Фишера. Распределение Стьюдента.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Теоремы об аппроксимации. Распределение Фишера-Снедекора.	
1.5	Интервальные оценки	Построение интервальных оценок параметров нормального распределения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Асимптотический подход к интервальному оцениванию.	
1.6	Проверка статистических гипотез.	Критерии проверки гипотез. Общий принцип выбора критической области. Функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Критерий согласия (Хи-квадрат, Колмогорова). Критерий однородности (Колмогорова-Смирнова, Хи-квадрат). Примеры.	
		Параметрические гипотезы. Равномерно наиболее мощный критерий. Критерий Неймана-Пирсона. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения.	
1.7	Модель линейной регрессии	Модель линейной регрессии. Построение оценок параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов. Свойства оценок наименьших квадратов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>

<b>3. Лабораторные занятия</b>			
3.1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения	Понятие простой случайной выборки, эмпирической функции распределения. Полигон, гистограмма	Электронный университет, страница курса: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Эмпирическая функция. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической. Теорема Гливленко-Кантелли.	
3.2	Выборочные характеристики	Вычисление описательных статистик. Построение статистических графиков.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
3.3	Точечное оценивание неизвестных параметров.	Построение точечных оценок. Среднее арифметическое выборочных значений как оценка математического ожидания.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Оценки дисперсии и их свойства. Проверка эффективности оценок. Асимптотическая эффективность.	
		Примеры достаточных статистик. Построение оценок методом моментов, методом максимального правдоподобия.	
3.4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	Исследование геометрического смысла и построение модельных распределений	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
3.5	Интервальные оценки	Построение интервальных оценок параметров нормального распределения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Асимптотический подход к интервальному оцениванию.	
3.6	Проверка статистических гипотез.	Решение задач проверки гипотез с использованием критерия Неймана-Пирсона.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a> <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения	
		Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности.	
3.7	Модель линейной регрессии	Модель линейной регрессии, анализ остатков и оценка адекватности модели. Построение оценок параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
		Контрольная работа	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)					
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Контроль	Всего
1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения	2		2	2	2	8
2	Выборочные характеристики	2		2	2	2	8
3	Точечное оценивание неизвестных параметров	4		4	2	8	20
4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	4		2	2	6	16
5	Интервальное оценивание	4		6	4	6	20
6	Проверка статистических гипотез	6		6	4	6	18
7	Модель линейной регрессии	4		4	4	6	18
	Итого:	26		26	20	36	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, в объеме 20 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Математическая статистика» предполагает выполнение домашних заданий, изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лабораторных занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольной работе и выполнению лабораторных заданий) (примеры см. ниже).

Выполнение домашних заданий направлено на отработку навыков использования средств и возможностей изучаемой дисциплины. При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения выполнения задания, проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю и разрешить возникшие трудности.

Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- посещать аудиторские лабораторные занятия;
- сдать контрольную работу по изученным темам;
- выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной и лабораторных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (8 семестр – экзамен).

При подготовке к лабораторным работам рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам (электронные файлы представлены на сайте кафедры [http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=view\\_file&lid=451](http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=view_file&lid=451)). Учебный курс размещен в системе «Электронный университет» (см. <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704>). По всем темам представляются материалы, которые используются в аудиторной работе и при выполнении домашних заданий. В связи с тем, что активность обучающегося на лабораторных занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Боровков А.А. Математическая статистика / А.А. Боровков. – СПб б.: Лань, 2010. – 704 с. // Издательство «Лань»: электронно-библиотечная система. - URL: <a href="http://e.lanbook.com">http:// e.lanbook.com</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Ивченко Г.И. Математическая статистика : [учебник для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по специальности "Прикладная математика" направления подгот. дипломиров. специалистов "Прикладная математика"] / Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев .— Москва : URSS : Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2014 .— 343 с. (40 экз)
2	Ивченко Г.И. Математическая статистика в задачах. Около 650 задач с подробными решениями : [учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по специальности 073000 "Прикладная математика"] / Г.И. Ивченко, Г.И. Медведев, А.В. Чистяков .— Изд. 3-е, испр. — Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2015 .— 314 с. . (40 экз)
3	Халафян А.А. Теория вероятностей, математическая статистика и анализ данных. Основы теории и практика на компьютере Statistika Excel. Более 150 примеров решения задач : [учебное пособие для бакалавров специальностей немат. направления, изучающих высш. математику - эконом., юрид., информ. технологий, техн., естеств.-науч., гуманитар.] / А.А. Халафян, В.П. Боровиков, Г.В. Калайдина .— Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2017 .— 317 с. (50 экз)
4	Ткачева С.А. Примеры построения статистических моделей в MAXIMA / С. А Ткачева. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. – 30 с. Тираж 25. 1,8 п.л. <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-259.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-259.pdf</a>
5	Электронный учебник по статистике. Statsoft. Inc. ( <a href="http://www.statsoft.ru/">http:// www.statsoft.ru/</a> )



в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http:// mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий.( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
8	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
9	Электронный учебник по статистике. Statsoft. Inc. ( <a href="http://www.statsoft.ru/">http:// www.statsoft.ru/</a> )
10	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http:// www.lib.vsu.ru/</a> )
11	Электронный курс ( <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a> )

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<a href="http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&amp;op=view_file&amp;lid=451">http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&amp;op=view_file&amp;lid=451</a> – электронная страница сайта кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещен конспект лекций по курсу «Математическая статистика»
2	Электронный курс <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704</a>
3	Ткачева С.А. Примеры построения статистических моделей в MAXIMA / С. А Ткачева. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. – 30 с. Тираж 25. 1,8 п.л. <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-259.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-259.pdf</a>
4	Электронный учебник по статистике. Statsoft. Inc. ( <a href="http://www.statsoft.ru/">http:// www.statsoft.ru/</a> )
5	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»(<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5704>)

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и лабораторных занятий используются учебные аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>);

Mozilla Firefox (Mozilla Public License (MPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.mozilla.org/en-US/MPL/>);

В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>)

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Задачи математической статистики. Основные понятия и определения	УК-1	УК-1.1, УК-1.2	КИМ (коллоквиум, экзамен), контрольная работа,
2	Выборочные характеристики	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	КИМ (коллоквиум, экзамен)
3	Точечное оценивание неизвестных параметров	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	КИМ (коллоквиум) контрольная работа
4	Распределения, используемые в задачах математической статистики	УК-1, ОПК-1	УК-1.3, ОПК-1.2	КИМ (экзамен), контрольная работа
5	Интервальное оценивание	ОПК-1	ОПК-1.1	КИМ (экзамен), контрольная работа
6	Проверка статистических гипотез	УК-1	УК-1.1, УК-1.2	КИМ (экзамен), контрольная работа
7	Модель линейной регрессии	УК-1	УК-1.1, УК-1.2	КИМ (экзамен), контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				КИМ (экзамен)

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Примерный перечень заданий для контрольных работ

##### Контрольная работа

Задание 1. Какая из следующих гипотез относительно параметров нормальной выборки является простой?

Варианты ответов: А)  $\mu = 0, \sigma^2 > 5$     Б)  $\mu = 2, \sigma^2 = 9$

$$B) \mu < 1, \sigma^2 > 1 \quad C) \mu > 0, \sigma^2 < 2$$

Задание 2. Какая из следующих статистик является оценкой метода моментов для неизвестной дисперсии в нормальной выборке?

Варианты ответов: А)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2$     Б)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k$

В)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k \right)^2$     С)  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^4$

Задание 3. Если отклоняется верная гипотеза, то совершается ошибка...

Варианты ответов

Номер ответа	1	2	3	4
Ответ	1-го рода	2-го рода	3-го рода	4-го рода

Задание 4. Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот.

Ошибки при стрельбе по наземной цели составляют следующие результаты измерений (в рад.)

№ реализации	Элементы выборки (ошибки измерения в рад.)								
	1	0,926 -1,851	1,375 0,194	0,785 1,192	-0,963 1,394	1,022 -0,555	-0,472 0,046	1,279 0,321	3,521 2,945
2	0,258 0,161	-0,941 0,412	1,192 0,906	-0,523 0,007	0,525 0,769	0,595 0,971	0,8881 0,712	-0,934 1,090	1,579 -0,631
3	-1,501 0,756	-0,488 -1,618	-0,162 -0,345	-0,136 -0,511	1,033 -2,051	0,303 -0,457	0,448 -0,218	0,748 1,372	-0,690 0,225
4	-1,229 -0,256	-0,486 -0,212	0,856 0,219	0,491 0,779	-1,983 -1,010	-1,378 0,598	-0,150 -0,918	1,356 1,598	-0,561 1,065
5	1,096 -2,574	0,425 0,181	0,313 1,393	-0,005 -1,163	-0,899 -0,911	0,012 1,231	-0,725 -0,199	0,147 -0,246	-0,121 1,239

#### Примерный перечень заданий для лабораторных работ:

Задание 1. Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот. Ошибки при стрельбе по наземной цели составляют следующие результаты измерений (в рад.)

№ реализации	Элементы выборки (ошибки измерения в рад.)								
	1	0,926 -1,851	1,375 0,194	0,785 1,192	-0,963 1,394	1,022 -0,555	-0,472 0,046	1,279 0,321	3,521 2,945
2	0,258 0,161	-0,941 0,412	1,192 0,906	-0,523 0,007	0,525 0,769	0,595 0,971	0,8881 0,712	-0,934 1,090	1,579 -0,631
3	-1,501 0,756	-0,488 -1,618	-0,162 -0,345	-0,136 -0,511	1,033 -2,051	0,303 -0,457	0,448 -0,218	0,748 1,372	-0,690 0,225
4	-1,229 -0,256	-0,486 -0,212	0,856 0,219	0,491 0,779	-1,983 -1,010	-1,378 0,598	-0,150 -0,918	1,356 1,598	-0,561 1,065
5	1,096 -2,574	0,425 0,181	0,313 1,393	-0,005 -1,163	-0,899 -0,911	0,012 1,231	-0,725 -0,199	0,147 -0,246	-0,121 1,239

Задание 2. Для двух выборок:

$$x : [20.4, 62.5, 61.3, 44.2, 11.1, 23.7];$$

$$y : [1.2, 6.9, 38.7, 20.4, 17.2]$$

проверить гипотезу о равенстве дисперсий этих выборок по сравнению с альтернативной гипотезой о том, что дисперсия первой больше, чем дисперсия второй.

Задание 3. проверить, одинаковы ли медианы выборок  $x_1$  и  $x_2$ .

$x_1 : [12, 15, 17, 38, 42, 10, 23, 35, 28]$

$x_2 : [21, 18, 25, 14, 52, 65, 40, 43]$

Задание 4. Построить линейную регрессионную модель зависимости цены автомобиля от его «возраста» (времени использования) и пробега

Возраст (лет)	Пробег (миль)	Цена (\$)	Возраст (лет)	Пробег (миль)	Цена (\$)
11.5	88000	1195	13.5	103000	750
10.5	82000	1295	10.5	65000	1495
12.5	97000	800	10.5	70000	1495
8.5	51000	2295	10.5	80000	1495
9.5	79000	1995	6.5	57000	2695
13.5	120000	495	11.5	101000	895
3.5	39000	4995	10.5	78000	1295
6.5	52000	2695	9.5	84000	1995
4.5	39000	3995	4.5	46000	3675
12.5	92000	795	11.5	108000	975
7.5	41000	3495	13.5	124000	850
10.5	77000	1595	6.5	56000	3495
12.5	83000	895	9.5	67000	2495
4.5	38000	3990	6.5	43000	3400
13.5	92000	795	11.5	78000	1295

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и проведением коллоквиумов.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем из четырех заданий и предлагается решить данные задания. В ходе

выполнения заданий можно пользоваться любой литературой, ограничение по времени 90 минут.

Весь теоретический материал разбивается на две части и в течение семестра проводится коллоквиум. В ходе проведения коллоквиумов обучающемуся выдается программа коллоквиума, бланк ответа и билет с заданием. Ответ на вопрос КИМ должен быть дан за 60 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени контрольная работа - 180 минут, на коллоквиум – 90 минут.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено», которые формируются следующим образом:

Контрольная работа – по баллу за каждую правильно решенную из заданий 1-3 и два балла за задание №4 контрольной работы. При получении не менее 3 баллов выставляется оценка «зачтено».

Коллоквиум – 5 баллов за полный ответ по вопросу КИМ. Баллы от 0 до 5 выставляются по критериям оценивание компетенций из п. 19.2 (0 – 2 балла по критериям оценивания на «неудовлетворительно», 3 балла – «удовлетворительно», 4 балла – «хорошо», 5 баллов – «отлично»). Возможно назначение баллов с точностью до десятых. При получении не менее 50% баллов (от 2,5 и выше) выставляется оценка «зачтено». Оценка в баллах сохраняется для дальнейшего использования при формировании оценки на экзамене в 8 семестре. Если же обучающийся не сдавал коллоквиум, то он полностью сдает теоретический материал курса на экзамене.

## **20.2 Промежуточная аттестация**

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математическая статистика» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце 8 семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты коллоквиума и учитывается выставляемая преподавателем оценка за контрольную работу, а так же за работу в ходе выполнения лабораторных заданий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по коллоквиуму и положительная оценка работы в ходе обучения по лабораторным занятиям, включая оценку «зачтено» по контрольной работе, то оценка по экзамену может быть выставлена как среднее арифметическое данных оценок с округление десятых долей по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки по коллоквиуму или контрольной работе, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

Весь теоретический материал курса содержится в следующих вопросах

**Примерный перечень вопросов к экзамену:****Часть 1(коллоквиум)**

1. Статистическая модель. Вариационный, статистический ряды. Примеры.
2. Полигон. Гистограмма.
3. Эмпирическая функция распределения.
4. Сходимость эмпирической функции распределения к теоретической. Теорема Гливленко-Кантелли.
5. Начальные выборочные моменты. Центральные выборочные моменты. Примеры.
6. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.
7. Точечные оценки и их свойства, условие состоятельности, несмещенность, оптимальность.
8. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации Фишера.
9. Неравенство Рао-Крамера, эффективные оценки в регулярном случае.
10. Понятие достаточной статистики. Критерий факторизации. Улучшение оценки по достаточной статистике.
11. Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов.
12. Метод максимального правдоподобия.
13. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.
14. Хи-квадрат распределение, теорема Фишера.
15. Распределение Стьюдента.

**Часть 2**

16. Теоремы об аппроксимации. Распределение Фишера-Снедекора.
17. Доверительные интервалы. Построение доверительных интервалов с помощью центральных статистик.
18. Оценивание среднего нормального распределения при известной дисперсии.
19. Оценивание дисперсии нормального распределения.
20. Оценивание среднего нормального распределения при неизвестной дисперсии.
21. Задача сравнения дисперсий.
22. Критерии проверки гипотез. Общий принцип выбора критической области.
23. Функция мощности, вероятности ошибок первого и второго рода.
24. Критерий согласия ( Хи-квадрат, Колмогорова). Примеры.
25. Критерий однородности (Колмогорова-Смирнова, Хи-квадрат).
26. Параметрические гипотезы.
27. Равномерно наиболее мощный критерий. Критерий Неймана-Пирсона.
28. Задача проверки гипотезы о параметрах нормального распределения.
29. Модель линейной регрессии. Построение оценок параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов. Свойства оценок наименьших квадратов
30. Построение доверительных интервалов для параметров простой линейной регрессии.

**Пример КИМ(коллоквиум)****Контрольно-измерительный материал № 1**

1. Начальные выборочные моменты. Центральные выборочные моменты. Примеры.
2. Реализацией выборки  $\bar{X} = (X_1, \dots, X_6)$  являются следующие данные: -1,5; 2,6; 1,2; -2,1; 0,1; 0,9. Являются ли минимальным и максимальным значениями для этой выборки следующие значения:  
 А) -2,1; 0,9;    В) -1,5; 2,6;    С) -2,1; 2,6;    D) 0,1; 2,6?

3. Найти  $M[\bar{X}], D[\bar{X}]$ , где  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  - выборочное среднее случайной величины  $\xi$ ,  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - выборка объема  $n$  значений случайной величины  $\xi$

### Пример КИМ(экзамен)

#### Контрольно-измерительный материал № 1

1. Эмпирическая функция распределения и ее свойства
2. Статистические гипотезы. Критерии. Общий принцип выбора критической области
3. Найти  $M[\bar{X}], D[\bar{X}]$ , где  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  - выборочное среднее случайной величины  $\xi$ ,  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - выборка объема  $n$  значений случайной величины  $\xi$ .
4. Какая из следующих гипотез относительно параметров нормальной выборки является простой?

Варианты ответов: А)  $\mu = 0, \sigma^2 > 5$     Б)  $\mu = 2, \sigma^2 = 9$

В)  $\mu < 1, \sigma^2 > 1$     С)  $\mu > 0, \sigma^2 < 2$

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружил пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	<b>«Неудовлетворительно»</b>
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример	<b>"Удовлетворительно"</b>
Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но допустил погрешности в практических примерах	<b>"Хорошо"</b>
Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоившему основную программу и знакомому с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии,	<b>"Отлично"</b>

<p>проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)</p>	
---	--

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### 1) закрытые задания (на соответствие):

1. Установите соответствие между понятиями вероятности ошибки первого и второго рода и правилом (статистическим критерием), по которому статистическая гипотеза  $H_0$  отклоняется или принимается:

1. Вероятность допустить ошибку первого рода	А. критическая область
2. Вероятность допустить ошибку второго рода	В. принятие основной(нулевой) гипотезы $H_0$ , когда она неверна (отклонение альтернативной гипотезы, которая в действительности является верной);
3. Мощность критерия	С. вероятность не допустить ошибку второго рода, т.е. отвергнуть гипотезу $H_0$ , когда она неверна.
	Д. отклонение основной(нулевой) гипотезы $H_0$ , которая в действительности является верной;

Ответ: 1 ↔ Д, 2 ↔ В, 3 ↔ С.

2. Установить соответствие между выбором решения о принятии или отклонении основной гипотезы и неравенствами, определяющими критические области:

1. Критическая область для проверки гипотезы $H_0$ имеет вид $(K_{кр}, +\infty)$ . Гипотеза будет отвергнута, если	А. $K_{набл} > K_{кр}$ .
2. Критическая область для проверки гипотезы $H_0$ имеет вид: $(-\infty, K_{кр})$ . Гипотеза будет отвергнута, если	В. $K_{набл} < K_{кр}$ .
3. Область принятия гипотезы $H_0$ имеет вид $(-K_{кр}, K_{кр})$ . Гипотеза $H_0$ будет принята, если:	С $K_{набл} = K_{кр}$
	Д. $ K_{набл}  < K_{кр}$

Ответ: 1 ↔ А, 2 ↔ В, 3 ↔ Д.



3. Установить соответствие о корреляционной зависимости случайных величин  $X$ ,  $Y$  и их выборочным коэффициентом корреляции:

1. Если признак $Y$ с признаком $X$ , корреляционной зависимостью не связаны, то коэффициент корреляции $r_{xy}$ равен	A. $r_{xy} = -3$
2. Если связь между признаками $X$ и $Y$ обратная линейная, то коэффициент корреляции $r_{xy}$ равен	B. $r_{xy} = -1$
3. Если связь между признаками $X$ и $Y$ прямая линейная, то коэффициент корреляции $r_{xy}$ равен	C. $r_{xy} = 1$
	D. $r_{xy} = 0$

Ответ: 1 ↔ D, 2 ↔ B, 3 ↔ C.

4. Уравнение регрессии  $X$  на  $Y$  имеет вид:  $x_y = 0,3y - 3,5$ , где  $X$  - среднесуточная численность работающих (тыс. человек) и  $Y$  - объем валовой продукции (млн. руб.) Коэффициент корреляции между признаками  $r = 0,9$ , средний объем валовой продукции равен 30 млн. руб. Установить соответствие между средним объемом валовой продукции при различной среднесуточной численности рабочих на предприятии.

1. 4 тыс. человек;	A. 25,95 млн. руб.
2. 5 тыс. человек;	B. 28,65 млн. руб.
3. 4,5 тыс. человек	C. 27,3 млн. руб.
	D. 30,0 млн. руб.

Ответ: 1 ↔ A, 2 ↔ B, 3 ↔ C.

Решение. Из уравнения регрессии  $X$  на  $Y$  коэффициент регрессии  $b_{xy}$  равен 0,3.

Находим коэффициент регрессии  $Y$  на  $X$   $b_{yx}$  по формуле  $b_{yx} = \frac{r^2}{b_{xy}} = \frac{0,9^2}{0,3} = 2,7$ .

Значение среднесуточной численности рабочих находим по заданному уравнению регрессии:  $\bar{x} = 0,3 \cdot 30 - 3,5 = 9 - 3,5 = 5,5$  (тыс. человек). Получим уравнение регрессии  $Y$  на  $X$ :  $y_x - 30 = 2,7(x - 5,5)$  т.е.  $y_x = 2,7x + 15,15$

Таким образом:

1.  $y_x = 2,7 \cdot 4 + 15,15 = 25,95$ ;

$$2. y_x = 2,7 \cdot 5 + 15,15 = 28,65;$$

$$3. y_x = 2,7 \cdot 4,5 + 15,15 = 27,3$$

5. Зависимость среднего потребления  $Y$  от среднего дохода  $X$  в тыс. руб. описывается уравнением парной линейной регрессии  $y_i = b_1 x_i + b_0 = 0,9x_i - 130$ . Установите соответствие прогноза среднего потребления при различных значениях дохода:

1. При доходе в июне - 30 000 руб. составит	26 870 руб.;
2. При доходе в июле - 40 000 руб. составит	35 870 руб.;
3. При увеличении дохода в августе месяце по сравнению с июнем на 5 000 руб. составит:	31 370 руб.;
	D. 25 870 руб.

Ответ: 1 ↔ A, 2 ↔ B, 3 ↔ C.

Решение. Зависимость среднего потребления  $Y$  от среднего дохода  $X$  описывается уравнением парной линейной регрессии  $y_i = b_1 x_i + b_0 = 0,9x_i - 130$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Для определения прогноза среднего потребления при различных значениях дохода подставляем значения дохода в уравнение регрессии:

$$1. \text{ для } x_1 = 30\,000, \text{ получим } y_1 = 0,9 \cdot 30000 - 130 = 26870 \text{ руб.};$$

$$2. \text{ для } x_2 = 40\,000, \text{ получим } y_2 = 0,9 \cdot 40000 - 130 = 35870 \text{ руб.};$$

$$3. \text{ при увеличении дохода на } 5\,000 \text{ руб. получим: } x_3 = 30\,000 + 5\,000, \text{ тогда}$$

$$y_3 = 0,9 \cdot 35000 - 130 = 31370 \text{ руб.}$$

## 2) Задания открытого типа (число)

1. Дана выборка

$x_i$	4	1	4
$n_i$	5	20	15

Тогда выборочное среднее равно ...

Решение.

Выборочное среднее вычисляется по формуле:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i$ , где  $n_i$  – сумма частот

вариант частичного интервала  $x_i$ . Тогда,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i = \frac{1}{40} (4 \cdot 5 + 1 \cdot 20 + 4 \cdot 15) = 2,5.$$

Выборочное среднее исходной выборки равно 1.

Ответ: 2,5

2. Дан статистический ряд

$x_i$	2	2	5	7
$n_i$	10	50	25	15

Значение  $10 \cdot \bar{x}$  равно ...

Решение.

Выборочное среднее вычисляется по формуле:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i$ , где  $n_i$  – сумма частот вариант частичного интервала  $x_i$ . Тогда,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i = \frac{1}{100} (2 \cdot 10 + 2 \cdot 50 + 5 \cdot 25 + 7 \cdot 15) = 3,5. \text{ Значит, } 10 \cdot \bar{x} = 10 \cdot 3,5 = 35.$$

Ответ: 35

3. С помощью измерительного прибора, было сделано пять независимых измерений некоторой величины. Результаты замеров приведены в таблице:

Номер измерения	1	2	3	4	5
$x_i$	25	24,8	25,2	24,9	25,1

В этом случае несмещенная оценка математического ожидания равна...

Решение.

Несмещенную оценку неизвестного среднего в выборке объема 5 находим по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = \frac{1}{5} (25 + 24,8 + 25,2 + 24,9 + 25,1) = 25.$$

Ответ: 25.

4. Результаты измерений некоторой случайной величины (в мм.) одним прибором (без систематических ошибок), приведены в таблице:

Номер измерения	1	2	3
$x_i$	26	30	34

В этом случае несмещенная оценка дисперсии равна...

Решение.

Несмещенная оценка дисперсии - состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ .

Находим несмещенную оценку математического ожидания

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 x_i = \frac{1}{3} (26 + 30 + 34) = 30$$

Дополним таблицу:

Номер измерения	1	2	3
$x_i$	26	30	34
$x_i - \bar{x}$	-4	0	4
$(x_i - \bar{x})^2$	16	0	16

Тогда

$$S^2 = \frac{1}{2}(16 + 0 + 16) = 16$$

Ответ: 16

5. Оценка математического ожидания нормального распределения представлена в виде доверительного интервала (8,6;1,4) Точечная оценка параметра математического ожидания генеральной совокупности равна...

Ответ: 5

Решение. Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами – концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр. Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью  $p$  покрывает заданный параметр. Доверительный интервал для математического ожидания записывается в виде:  $\bar{x} - \Delta\mu < \mu < \bar{x} + \Delta\mu$  где  $\mu$  – оцениваемый параметр, математическое ожидание генеральной совокупности;  $\bar{x}$  – выборочное среднее значение, точечная оценка математического ожидания;  $\Delta\mu$  – предельная ошибка доверительного интервала. Таким образом, доверительный интервал – симметричный относительно выборочного среднего, величина отклонения равна  $\Delta\mu$ :  $\bar{x} \pm \Delta\mu$

В нашем случае находим длину доверительного интервала:  $8,6+1,4=10$ , делим на 2, получим  $10:2=5$ .

Ответ: точечная оценка математического ожидания равна 5.

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

#### 3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

#### 4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**